



Aalborg Universitet

AALBORG UNIVERSITY  
DENMARK

## Direkte fundamenterens bæreevne

*Undervisningsnote i geoteknik*

Nielsen, Søren Dam

*Publication date:*  
2017

*Document Version*  
Også kaldet Forlagets PDF

[Link to publication from Aalborg University](#)

*Citation for published version (APA):*

Nielsen, S. D. (2017). *Direkte fundamenterens bæreevne: Undervisningsnote i geoteknik*. (1 udg.) Aalborg Universitet, Institut for Byggeri og Anlæg. DCE Lecture notes Nr. 43

### General rights

Copyright and moral rights for the publications made accessible in the public portal are retained by the authors and/or other copyright owners and it is a condition of accessing publications that users recognise and abide by the legal requirements associated with these rights.

- Users may download and print one copy of any publication from the public portal for the purpose of private study or research.
- You may not further distribute the material or use it for any profit-making activity or commercial gain
- You may freely distribute the URL identifying the publication in the public portal -

### Take down policy

If you believe that this document breaches copyright please contact us at [vbn@aub.aau.dk](mailto:vbn@aub.aau.dk) providing details, and we will remove access to the work immediately and investigate your claim.

AALBORG UNIVERSITET

UNDERVISNINGSNOTE I GEOTEKNIK

---

# Direkte fundamenteres bæreevne

---

*Forfatter:*  
Søren Dam NIELSEN

*Institut:*  
Byggeri og Anlæg

DCE LECTURE NOTES No. 43



AALBORG UNIVERSITET



AALBORG UNIVERSITET

INSTITUT FOR BYGGERI OG ANLÆG

Undervisningsnote i geoteknik:  
Direkte fundamenteres bæreevne

1. udgave

Udgivet:  
September 2017

Aalborg Universitet,  
Institut for byggeri og anlæg,  
Thomas Manns Vej 23,  
9220 Aalborg Ø, Danmark

Henvisning for publiceret udgave (Harvard):  
Nielsen, S. D. (2017). *Undervisningsnote i geoteknik: Direkte fundamenteres bæreevne*.  
Institut for byggeri og anlæg, Aalborg Universitet, Aalborg. DCE Lecture Notes No. 43.

ISSN: 1901-7286  
DCE Lecture Notes No. 43

**General rights**

Copyright and moral rights for the publications made accessible in the public portal are retained by the authors and/or other copyright owners and it is a condition of accessing publications that users recognise and abide by the legal requirements associated with these rights.

- Users may download and print one copy of any publication from the public portal for the purpose of private study or research.
- You may not further distribute the material or use it for any profit-making activity or commercial gain
- You may freely distribute the URL identifying the publication in the public portal?

**Take down policy**

If you believe that this document breaches copyright please contact us at [vbn@aub.aau.dk](mailto:vbn@aub.aau.dk) providing details, and we will remove access to the work immediately and investigate your claim.



AALBORG UNIVERSITET



# Forord

Denne undervisningsnote er rettet mod studerende, som deltager i kurset *Ingeniørgeologi og geoteknik* på Byggeri og Anlægs 3. semester, og skal læses som et supplement til eksisterende undervisningsmateriale. Jeg håber, at denne note kan være med til at give en bedre forståelse af bæreevneproblematikken for direkte fundamenter. Da denne note endnu er i sit første stadie vil jeg værdsætte hvis ideer og forslag til forbedringer sendes til [sdn@civil.aau.dk](mailto:sdn@civil.aau.dk).

Søren Dam Nielsen  
Aalborg 2017



# Indhold

<b>1</b>	<b>Introduktion</b>	<b>1</b>
1.1	Dimensioneringskriterier af et direkte fundament . . . . .	1
1.2	Overfladenære fundamenter bæreevne . . . . .	1
1.3	Eksempler og metoder . . . . .	3
<b>2</b>	<b>Terzaghis bæreevneformel</b>	<b>5</b>
<b>3</b>	<b>Den generelle bæreevneformel</b>	<b>7</b>
3.1	Tilfældet med friktionsløst jord . . . . .	8
3.2	Excentrisk belastede fundamenter . . . . .	9
3.3	Stærkt excentrisk belastede fundamenter . . . . .	10
<b>4</b>	<b>Vandret bæreevne (glidning)</b>	<b>11</b>
<b>5</b>	<b>Bestemmelse af bæreevnefaktorerne</b>	<b>13</b>
5.1	Bæreevnefaktorerne for det udrænedede tilfælde . . . . .	13
5.1.1	Øvre værdiløsning . . . . .	13
5.1.2	Nedreværdiløsning . . . . .	15
5.2	Bæreevnefaktorerne for det drænedede tilfælde . . . . .	15
	<b>Bibliografi</b>	<b>17</b>





## Kapitel 1

# Introduktion

### 1.1 Dimensioneringskriterier af et direkte fundament

Som ved enhver anden geoteknisk konstruktion, skal et direkte fundament overholde anvendelses- og brudgrænsetilstanden, som benævnes henholdsvis AGT og BGT. I anvendelsesgrænsetilstanden kontrollres det, at de sætninger der opstår i jorden under fundamentet ikke er større end et givet kriterie. Dette er ikke nærmere beskrevet i denne note. I brudgrænsetilstanden skal bæreevnen bestemmes. Denne skal bestemmes for både en kort- og langtidstilstand, og det skal sikres, at der hverken sker lokalt eller globalt brud. Det lokale brud beskrives ofte som et bæreevneproblem, og er beskrevet i denne note, hvorimod et globalt brud betragtes, som et stabilitetsproblem, som ikke er beskrevet i denne note.

Typisk vil en korttidstilstandsanalyse betyde at sand betragtes som drænet og ler betragtes som udrænet. I langtidstilstanden derimod betragtes både sand og ler som dræned materialer.

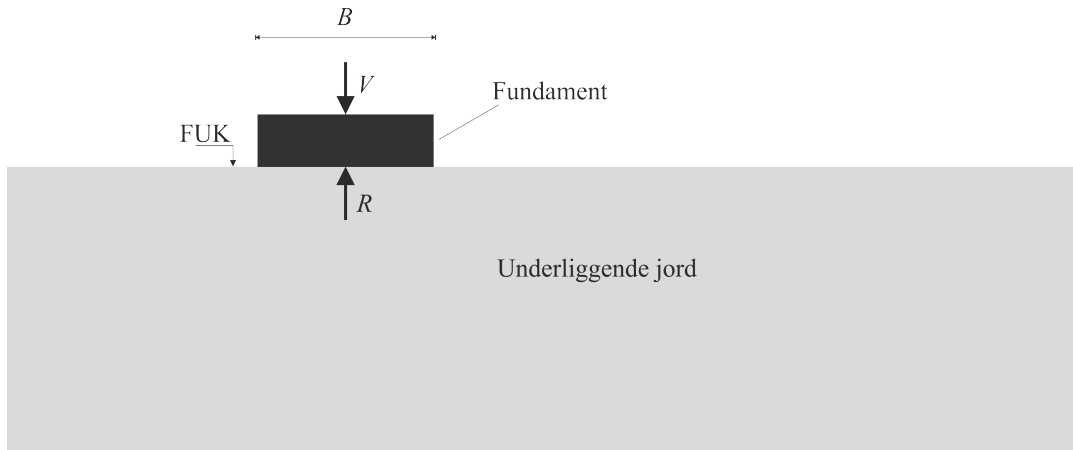
### 1.2 Overfladenære fundamenterers bæreevne

Inden for geoteknikken henviser et fundaments bæreevne til bæreevnen af den underliggende jord og ikke det materiale, som fundamentet består af. Bæreevnen er heri defineret, som den last der netop medfører en brudtilstand i jorden. Dette kapitel er ment som en overordnet og mere praktisk introduktion af de faktorer som har indflydelse på et direkte (overfladenært) fundaments bæreevne.

Generelt kan fundamenter bryde på to forskellige måder, som afhænger af lastpåvirkningen. Enten kan der opstå brud i, de under fundamentet, underliggende jordmasser. Denne type brud er typisk forårsaget af en dominerende vertikal last. Bæreevnen ved en sådan brudform er nærmere beskrevet i kapitel 2 og 3. Alternativt, kan der i situationer med stor horisontal last og en samtidig virkende lille vertikal last, opstå brud i grænsefladen mellem fundamentet og jorden. I denne situation opstår der glidning. Her er der ikke brud i selve jorden, men fundamentet bevæger sig langs jordoverfladen, da kontakttrykket i grænsefladen ikke er tilstrækkelig til at danne ligevægt med de vandrette laster. Glidningsproblematikken er nærmere beskrevet i kapitel 4.

I denne introduktion, tages der udgangspunkt i et vertikalt centraltbelastet fundament af uendelig lang udstrækning ud af planet, som er illustreret jvf. figur 1.1. En plan tøjningstilstand kan derfor med rimelighed atages. Alle laster, som overføres til jorden via fundamentet, føres ned til fundamentsunderkanten (FUK), som udgør en grænseflade mellem fundamentet og den underliggende jord. Det er via hele eller dele af denne grænseflade at lasterne overføres fra fundamentet til jorden. Da den lodrette last ( $V$ ) angriber i fundaments centerlinje kan denne føres direkte ned til fundamentsunderkanten og fordeles ligeligt over fundaments bredde ( $B$ ). Denne belastning modsvares af en resultant fra jorden, hvor den maksimale reaktion jorden kan give er fundaments bæreevne ( $R$ ).

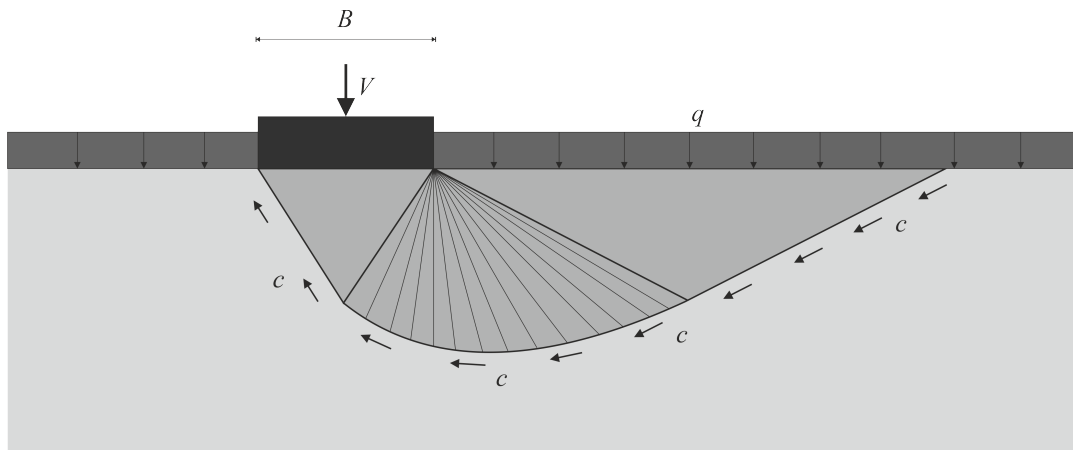
Beregningen af et fundaments bæreevne ( $R$ ) udgøres af tre bidrag: 1) jordens effektive rumvægt ( $\gamma'$ ), 2) jordens kohæsion ( $c$ ) og 3) overlejringsstrykket ( $q$ ) ved siden af fundamentet. De tre bidrag betegnes som henholdsvis  $R_\gamma$ ,  $R_c$  og  $R_q$ . Den samlede bæreevne  $R$  kan således



FIGUR 1.1: Eksempel på et fundament med bredden  $B$  placeret oven på en jordoverflade.

defineres som en superposition af de tre bidrag:

$$R = R_{\gamma} + R_c + R_q \quad (1.1)$$

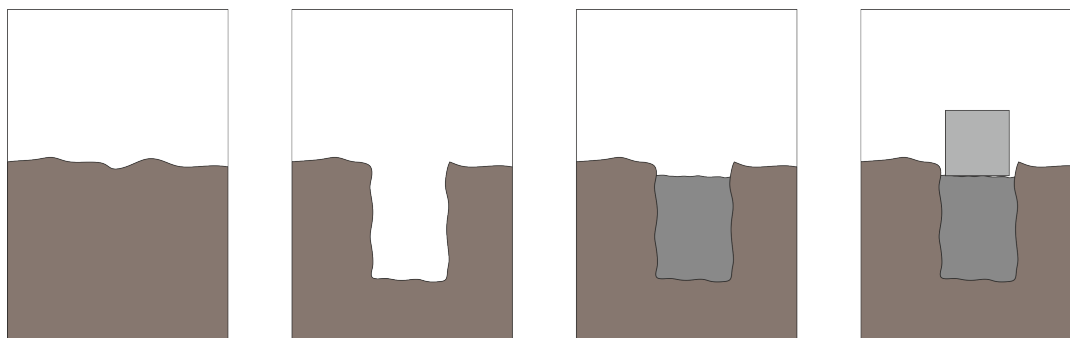


FIGUR 1.2: Eksempel på en brudmekanisme under et direkte fundament. På figuren er den lodrette last som netop giver anledning til brud ( $R$ ) til den maksimale reaktion, som jorden kan give.

Virkningen af disse bidrag kan illustreres ved en brudmekanisme (se eksempel på figur 1.2), som beskriver de dele af det underliggende jordlegeme, som er i bevægelse i en brudtilstand. Den viste brudmekanisme består af 2 trekantede stive legemer og en brudzone, som udgøres af en forskydningsvifte.  $R_c$ -ledet kommer fra kohæsionen, som virker langs brudmekanismens rand samt i zonebrudets jordvolumen og bidrager til bæreevnen.  $R_q$ -ledet kommer fra overlejringstrykket ( $q$ ) ved fundamentsunderkanten (FUK), som ligeledes bidrager til bæreevnen, hvorfor den mindste af to evt. forskellige overlejringstryk vælges.  $R_{\gamma}$ -ledet beskriver bæreevnebidraget fra tyngdekraftens påvirkning på de jordlægmer, som i en brudtilstand, er i bevægelse. Tyngden af jordvolumet i den del af brudmekanismen, som ligger under fundamentet, virker bæreevneforringende. Modsat virker tyngden af jordvolumet i den del af brudmekanismen, som ligger under overlejringstrykket, bæreevneforøgende. Hertil beskriver  $R_{\gamma}$ -ledet den resulterende bæreevneforøgelse fra tyngden af jorden inden for brudmekanismen. Fælles for de tre bidrag til bæreevnen er, at de stiger med en øget friktionsvinkel. Årsagen til dette er, at dilationen stiger med stigende friktionsvinkel og en stigende dilation giver anledning til at brudmekanismens udstrækning ligeledes stiger.

## 1.3 Eksempler og metoder

Et eksempel på udførelsen af en direkte fundament er illustreret jvf. Figur 1.3. Et direkte fundament udføres oftest ved at udgrave en rende til en passende dybde og med en passende bredde. Bredden og dybden af renden vælges på baggrund af dimensioneringen af fundamentet, hvor både brud- og anvendelsesgrænsetilstanden er overholdt. Efter udgravningen kontrolleres renden, således det sikres at der ikke ligger uønsket materiale. Herefter fyldes renden med beton (evt. med armering). Oven på den hærdede betonmasse kan der eksempelvis udlægges blokke af letklinker.



FIGUR 1.3: Illustration af eksempel på udførelsen af et direkte fundament.

Yderligere informationer om praktisk udførelse af direkte fundamenter kan findes i Laboratoriehåndbogen.



## Kapitel 2

# Terzaghis bæreevneformel

Den første til at opstille et generelt udtryk for et fundaments bæreevne var Østrigeren Karl Terzaghi, som i 1943 publicerede Terzaghi (1943). Han opstillede et udtryk for et overfladenært fundaments (*shallow foundation*) lodrette bæreevne, hvortil overfladenært blev defineret som at nedgravningsdybden var mindre end 2 gange fundamentsbredden. Derudover antages en lodret last samt en vandret fundamentsunderkant. K. Terzaghi definerede bæreevnen ( $R$ ) som en superposition af tre bæreevnebidrag: 1) rumvægt, 2) overlejringstrykket og 3) kohæsion.

$$R = R_\gamma + R_q + R_c = \frac{1}{2} B^2 \gamma N_\gamma + B q N_q + B c N_c \quad (2.1)$$

hvor bæreevnefaktorerne  $N_\gamma$ ,  $N_c$  og  $N_q$  blev defineret som

$$N_\gamma = \gamma B^2 \tan(\varphi) \left( \frac{K_{P_\gamma}}{\cos^2(\varphi)} - 1 \right) \quad (2.2)$$

$$N_q = \frac{a_\theta^2}{2 \cos^2(45^\circ + \varphi/2)} \quad (2.3)$$

$$N_c = \cot(\varphi) \left[ \frac{a_\theta^2}{2 \cos^2(45^\circ + \varphi/2)} - 1 \right] \quad (2.4)$$

$$a_\theta = e^{\left(\frac{3}{2}\pi - \varphi/2\right) \tan(\varphi)} \quad (2.5)$$

Her er  $K_{P_\gamma}$  jordtrykskoefficienten for passivt jordtryk. Denne beregningsmetode danner i dag stadig grundlag for beregningen af overfladenære fundamenters bæreevne, men er sidenhen blevet justeret af flere forskellige forfattere.



## Kapitel 3

# Den generelle bæreevneformel

Der findes i dag flere udtryk, som beskriver bæreevnen af et direkte fundament. Fælles for dem er, at de følger Terzaghis principper og den store forskel ligger i hvordan bæreevnefaktorerne er bestemt, samt hvordan der tages højde for fundamentets form og lastens hældning. Udtrykkene heraf kan derfor også variere fra norm til norm (oftest angives metoderne som informativt, og er derfor blot et metodeforslag). Der tages derfor i det følgende udgangspunkt i det udtryk, som anvendes i dansk praksis jvf. EC7-1 DK NA. Denne formulering beskriver bæreevnen af en den kritiske brudmekanisme for en given last, hvor figur 1.2 et eksempel på en sådan brudmekanisme for en vertikal central placeret last.

$$\frac{R}{A'} = \frac{1}{2} \gamma' B' N_\gamma s_\gamma i_\gamma + q' N_q s_q i_q + c' N_c s_c i_c \quad (3.1)$$

Hertil er bæreevnefaktorerne givet ved

$$N_q = e^{\pi \tan(\varphi)} \tan^2 \left( 45^\circ + \frac{\varphi}{2} \right) \quad (3.2)$$

$$N_c = (N_q - 1) \cot(\varphi) \quad (3.3)$$

$$N_\gamma = \frac{1}{4} ((N_q - 1) \cos \varphi)^{\frac{3}{2}} \quad (3.4)$$

Bæreevnefaktorerne er kun afhængige af friktionsvinklen og deres variation med friktionsvinklen er illustreret på figur 3.1. Ud fra øvre- og nedreværdiløsninger kan det bevises at udtrykket for  $N_q$  jvf. ligning (3.2) er en korrekt plasticitetsteoretisk løsning. Ligeledes kan  $N_c$  jvf. ligning (3.3) også bestemmes ved at antage en tillægsspænding til normalspændingerne på  $c' \cot \varphi$ . Ingen har derimod været i stand til at finde en korrekt plasticitetsteoretisk løsning for  $N_\gamma$ .

Formuleringen jvf. ligning (3.1) antager et fundament af uendelig lang udstrækning og da dette i praksis ikke er tilfældet skal der tages højde herfor. Fundamentets form medregnes ved formfaktorerne (heraf symbolet  $s$  for det engelske ord *shape*), som er givet ved

$$s_q = s_c = 1 + 0,2 \frac{B'}{L'} \quad (3.5)$$

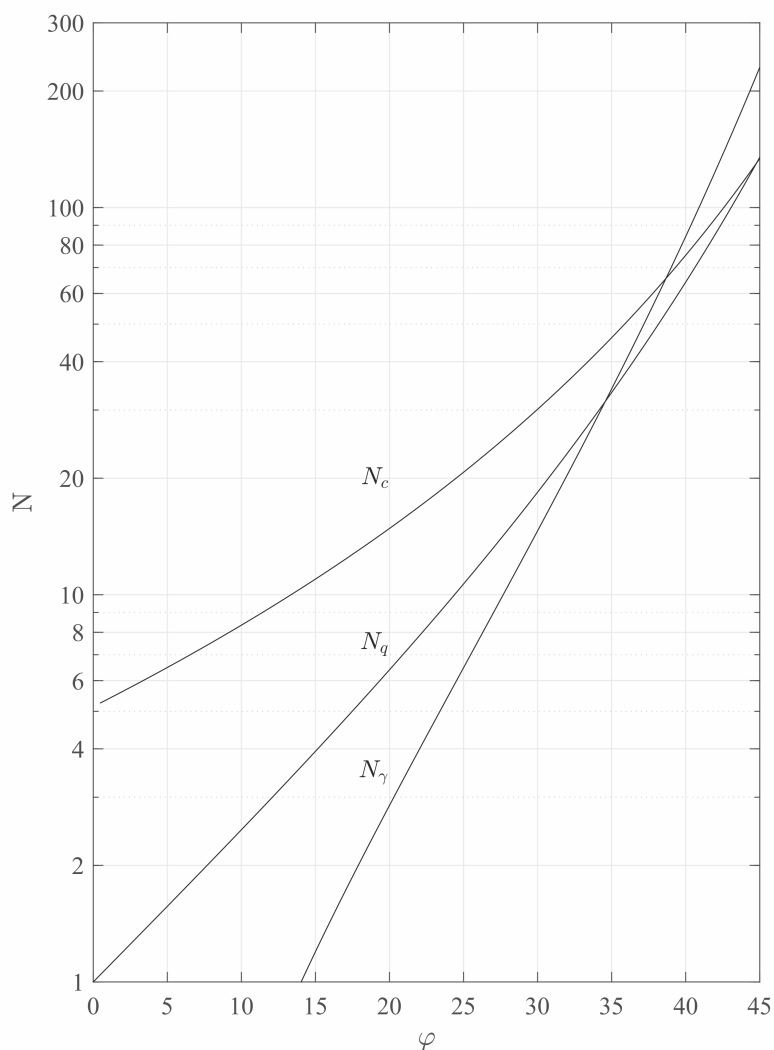
$$s_\gamma = 1 - 0,4 \frac{B'}{L'} \quad (3.6)$$

Ligning (3.1) antager ligeledes en lodret centralt placeret last, som i friktionsjord leder til en brudmekanisme som illustreret jvf. figur 1.2. Da lasten på virkelige konstruktioner sjældent kun består af en centralt placeret lodret last, skal en anden lastpåvirkning ligeledes medregnes. Hvis kraftresultanten af belastningen på et direkte fundament ikke er en centralt placeret lodret last vil den kritiske brudmekanisme udgøres af et mindre jordlegeme. Derfor er det nødvendigt at reducere bæreevnen hvis lastresultanten har en hældning (heraf symbolet  $i$  for det engelske ord *inclination*) med lodret. Lastens hældning med lodret medregnes ved

$$i_\gamma = i_q^2 \quad (3.7)$$

$$i_q = i_c = \left( 1 - \frac{H}{V + A' c' \cot(\varphi)} \right)^2 \quad (3.8)$$





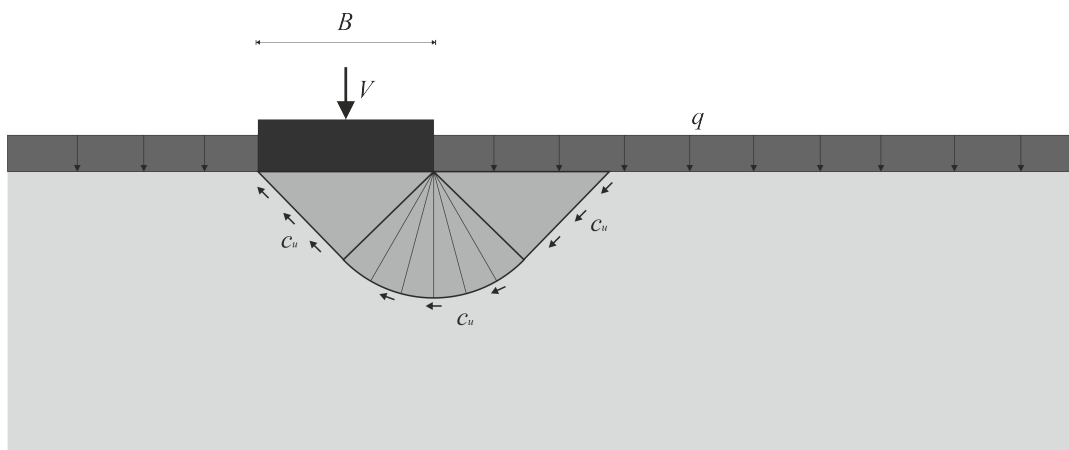
FIGUR 3.1: Bærefaktorerne som funktion af friktionsvinklen.

### 3.1 Tilfældet med friktionsløst jord

Når kohæsive jordarter undergår udrænet brud udgøres styrken udelukkende af den udræ-nede forskydningsstyrke ( $c_u$ ). I dette specialtilfælde kan bæreevneudtrykket jvf. ligning 3.1 simplificeres til:

$$\frac{R_d}{A'} = (\pi + 2) c_u s_c i_c + q' \quad (3.9)$$

I dette tilfælde udgøres bæreevnen udelukkende af overlejringstrykket ( $q$ ) og jordens udræ-nede forskydningsstyrke ( $c_u$ ). Det bemærkes at jordens rumvægt ikke bidrager til bæreev-nen. Dette skyldes at den drivende og stabiliserende del af jordmasserne inden for brudfi-guren udligner hinanden.



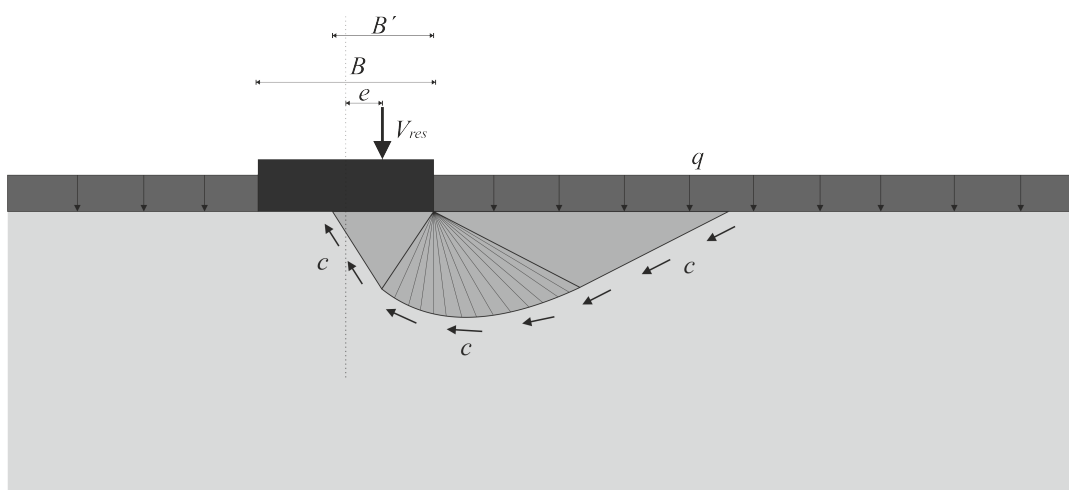
FIGUR 3.2: Brudmekanisme for det udrænedede tilfælde.

### 3.2 Excentrisk belastede fundamenter

Det er sjældent at et direkte fundament ikke er udsat for en momentbelastning ( $M$ ) samtidigt med den lodrette central placerede last ( $V$ ). Dette giver en lodret kraftresultant ( $V_{res}$ ), som er placeret excentrisk (ikke centralt) med excentriciteten  $e$ , som bestemmes jvf. ligning (3.10). Da denne resulterende lodrette last er placeret excentrisk, kan den ikke overføres langs hele fundamentsinderkanden.

$$e = \frac{M}{V} \quad (3.10)$$

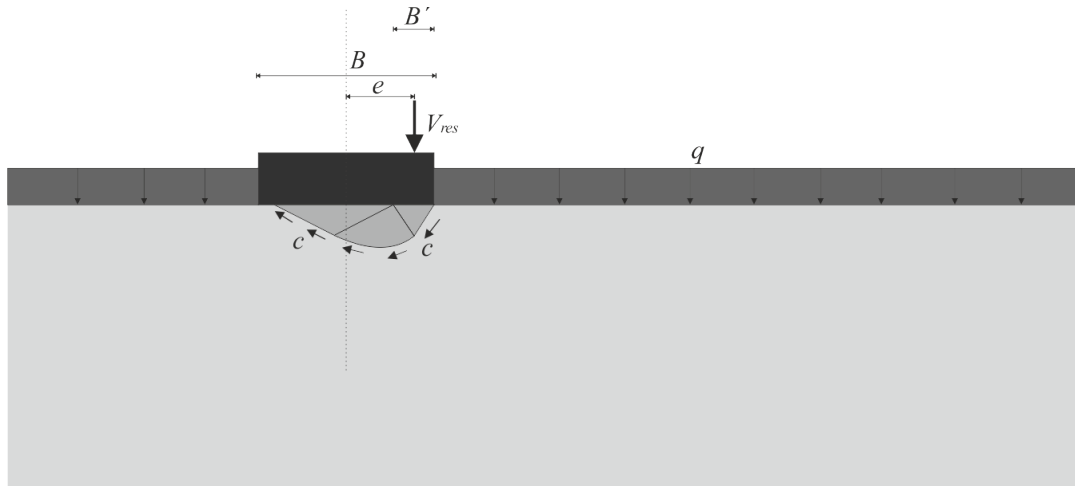
Derfor indføres en effektiv bredde ( $b'$ ), som er den del af fundamentsbredden hvor den resulterende lodrette last kan overføres. Denne situation bevirker at et mindre jordlegeme aktiveres i en brudtilstand. Dermed er brudmekanismen mindre, som leder til en mindre bæreevne.



FIGUR 3.3: Eksempel på en brudmekanisme under et excentrisk påvirket direkte fundament.

### 3.3 Stærkt excentrisk belastede fundamenter

Hvis excentriciteten af lastpåvirkningen bliver tilstrækkelig stor (hvis excentriciteten overstiger  $0,3 b$ ) kan der dannes en brudmekanisme, som kun har udstrækning under fundamentet som illustreret jvf. figur 3.4. Overlejringstrykket bidrager derfor ikke til fundamentets bæreevne og bæreevneformlen bliver derfor reduceret til kun at indeholde et bidrag fra jordens rumvægt og kohæsion. En nærmere beskrivelse heraf er givet i Ovesen, Fuglsang og Bagge (2007)



FIGUR 3.4: Eksempel på en brudmekanisme under et stærkt excentrisk påvirket direkte fundament.

## Kapitel 4

# Vandret bæreevne (glidning)

Hvis et direkte fundament udsættes for en stor horisontal last ( $H$ ) og samtidigt er belastet af en forholdsvis lille vertikal last ( $V$ ) kan der opstå glidning. I dette tilfælde opstår der ikke brud i selve jorden, men derimod i grænsefladen mellem jorden og fundamentet. Det vil bevirke at fundamentet bevæger sig langs jordoverfladen. Ved at betragte Mohr-Coulombs brudkriterie og indføre den horisontale last som forskydningskraften og den lodrette last som normalkraften må den vandrette bæreevne kunne bestemmes som følgende:

$$H \leq V \tan \delta' + A' c' \quad (4.1)$$

Her er  $A'$  og  $c'$  henholdsvis det effektive areal og den effektive kohæsion.  $\delta'$  udgør her den effektive friktionsvinkel i grænsefladen. For insitustøbte fundamenter kan denne tilnærmelsesvis sættes lig den kritiske friktionsvinkel  $\varphi'$  og for præfabrikerede betonelementer kan anvendes  $\delta' = 2/3\varphi'$ . For drænede forhold bliver der som regel set bort fra kohæsionsbidraget. I den udrænede tilstand udgøres glidningsmodstanden af adhæsionen i grænsefladen mellem jord og fundament. Ved at antage, at adhæsionen er lig jordens udrænede forskydningsstyrke kan glidningsbæreevnen ( $R$ ) bestemmes som:

$$R = A' c_u \quad (4.2)$$

Jvf. EC7-1 DK NA skal der, hvis det er muligt for vand eller luft at nå grænsefladen, også kontrolleres at

$$R \leq 0,4 V \quad (4.3)$$

Dvs. at bæreevnen beregnet jvf. ligning (4.2) ikke må være større end 40 % af den vertikale last.



## Kapitel 5

# Bestemmelse af bæreevnefaktorerne

Det har endnu ikke været muligt at finde en komplet løsning til bæreevneproblematikken, som på samme tid er statisk og kinematisk tilladelig. Derfor søges i stedet en øvre- og nedreværdiløsning, som er identiske, hvorved man sikrer sig en teoretisk korrekt løsning.

### 5.1 Bæreevnefaktorerne for det udrænede tilfælde

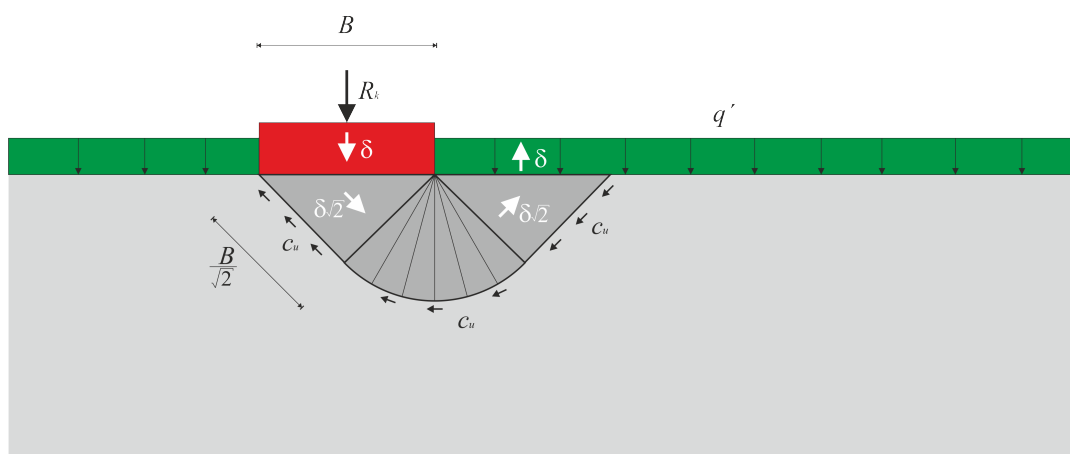
For at sikre en plasticitetsteoretisk korrekt løsning findes både en øvre- og nedreværdiløsning til bæreevnen. Begge løsninger tager udgangspunkt i et fundament placeret på en vandret jordoverflade med et effektivt overlejringstryk ( $q'$ ). Til udledning antages det at jorden er homogen, vægtløs og er i en udrænet tilstand. Ligeledes antages det at fundamentet har uendelig lang udstrækning ud af planet, således en plan tøjningstilstand er opnået.

#### 5.1.1 Øvre- og nedreværdiløsning

Ved en øvre- og nedreværdiløsning estimeres en kinematisk tilladelig brudmekanisme og efterfølgende sikres ækvivalens mellem det ydre og indre arbejde, som benævnes som henholdsvis  $E$  (external) og  $W$  (work).

$$E = W \quad (5.1)$$

Den estimerede brudmekanisme består af 2 stive legemer, hvor der langs siderne opstår linjebrud. Derudover består brudmekanismen af en forskydningsvifte, hvori der opstår et zonebrud. Dette er illustreret jvf. figur 5.1.



FIGUR 5.1: Plasticitetsteoretisk korrekt brudmekanisme.

Det eksterne arbejde ( $E$ ) findes ved at betragte de ydre laster, som er overlejringstrykket og belastningen fra fundamentet. Ved at påtvinge fundamentets belastning ( $R_k$ ) en enhedsflytning ( $\delta$ ), Som illustreret på figur 5.1 vil brudmekanismens forårsage en lige så stor men modsat rettet enhedsflytning af det effektive overlejringstryk. Den del af det effektive overlejringstryk som vil undergå en opadrettet enhedsflytning har fundamentets bredde ( $B$ ), se figur 5.1. Herudfra kan det eksterne arbejde ( $E$ ) bestemmes til

$$E = \left( \frac{R_k}{A} - q' \right) B \delta \quad (5.2)$$

Det interne arbejde udgøres af kohæsionens arbejde langs brudlinjerne ( $W_1$ ) og arbejdet i forskydningsviften ( $W_2$ ). Som illustreret jvf. figur 5.1 vil begge stivlegemede trekanter få en enhedsflytning på  $\delta\sqrt{2}$  når fundamentets belastning har enhedsflytningen  $\delta$ . Længden af brudlinjen, som adskiller det stive legeme og den uberørte jord har længden  $\frac{B}{\sqrt{2}}$  og brudlinjens styrke er jordens udrænedes forskydningsstyrke ( $c_u$ ). Brudlinjen som udgøres af en cirkelbue har radius  $\frac{B}{\sqrt{2}}$ . Cirkelbuen svare til en fjerdedel af omkredsen med længden  $\frac{1}{4} \frac{B}{\sqrt{2}} 2\pi = \frac{B}{\sqrt{2}} \frac{\pi}{2}$ . Styrken af denne brudlinje er ligeledes jordens udrænedes forskydningsstyrke og linjestykkets flytning er  $\delta\sqrt{2}$ . Dermed kan det samlede arbejde langs brudlinjerne ( $W_1$ ) findes som

$$W_1 = \frac{B}{\sqrt{2}} c_u \delta \sqrt{2} + \frac{B}{\sqrt{2}} \frac{\pi}{2} c_u \delta \sqrt{2} + \frac{B}{\sqrt{2}} c_u \delta \sqrt{2} = c_u B \delta \left( 2 + \frac{\pi}{2} \right) \quad (5.3)$$

Derudover giver forskydningsviften også et bidrag til det indre arbejde. Forskydningsviften er et zonebrud, og man skal derfor forestille sig uendelig mange brudlinjer med længden  $\frac{B}{\sqrt{2}}$ , styrken  $c_u$  og flytningen  $\delta\sqrt{2}$ . For at finde summen af arbejdet af de uendelig mange brudlinjer integreres over hele forskydningsviftens udstrækning fra 0 til  $\frac{\pi}{2}$ . Dermed kan det indre arbejde fra forskydningsviften bestemmes til

$$W_2 = \int_0^{\frac{\pi}{2}} c_u \frac{B}{\sqrt{2}} \delta \sqrt{2} d\theta = c_u B \delta \frac{\pi}{2} \quad (5.4)$$

Det indre arbejde udgøres således af de to bidrag  $W_1$  og  $W_2$  og findes til

$$W = \delta W_1 + \delta W_2 = c_u B \delta \left( 2 + \frac{\pi}{2} \right) + c_u B \delta \frac{\pi}{2} = c_u B \delta (2 + \pi) \quad (5.5)$$

Dernæst ækvivaleres det indre og ydre arbejde og bæreevnen ( $\frac{R_k}{A}$ ) isoleres

$$E = W \quad (5.6)$$

$$\left( \frac{R_k}{A} - q' \right) B \delta = c_u B \delta (2 + \pi) \quad (5.7)$$

$$\frac{R_k}{A} = q' + (2 + \pi) c_u \quad (5.8)$$

Ved at indføre bæreevnfaktorerne, kan ligning (5.8) skrives som

$$\frac{R_k}{A} = N_q q' + N_c c_u \quad (5.9)$$

$$(5.10)$$

med bæreevnfaktorerne

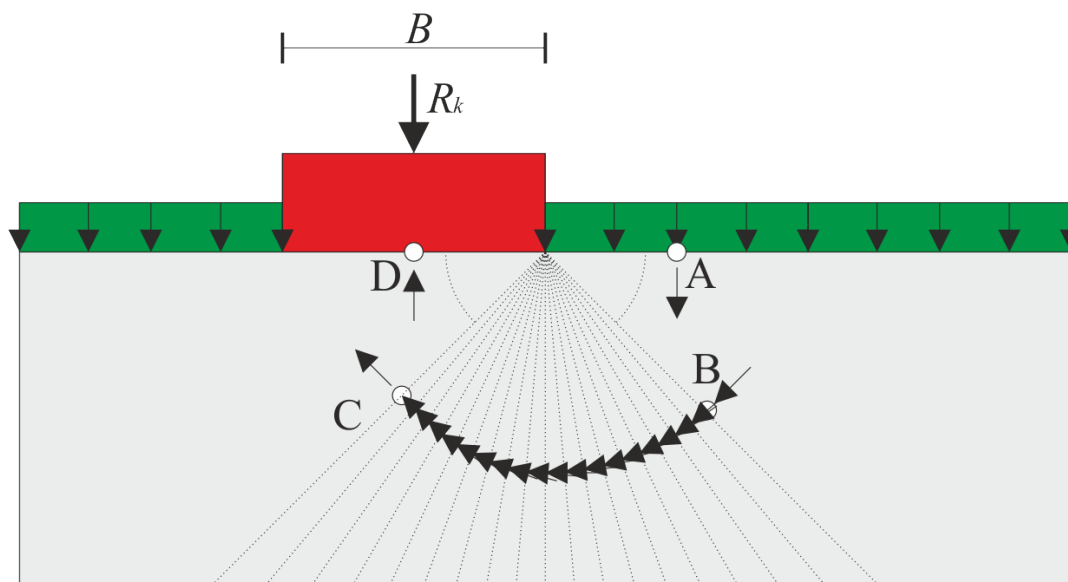
$$N_q = 1 \quad (5.11)$$

$$N_c = 2 + \pi \quad (5.12)$$

Det skal hertil nævnes at forudsætningen om vægtløs jord i netop dette tilfælde er acceptabel, da de drivende og stabiliserende jordmasser er identiske og derfor udligner hinanden. Derfor bliver  $N_\gamma = 0$ .

### 5.1.2 Nedreværdiløsning

En nedreværdiløsning findes ved at estimere et statisk tilladeligt spændingsfelt. For det ud-rænedede tilfælde findes en eksakt løsning ved at gætte på et spændingsfelt med en spændingsvifte, som illustreret jvf. figur 5.2.



FIGUR 5.2: Spændingsfelt med en forskydningsfane.

Ved hver spændingsdiskontinuitet i figur 5.2 roteres spændingstilstanden. Løsningen kan således findes ved at benytte Mohrske cirkler, som illustreret jvf. figur 5.3. I punkt A jvf. figurene 5.2 og 5.3 er den mindste hovedspænding lig det effektive overlejringstryk (overlejringstrykket må være den mindste hovedspænding eftersom det antages at brudet opstår som følge af fundamentets belastning ( $R_k$ ), som derfor må være den største spænding som optræder). I punktet B roteres spændingstilstanden  $\frac{\pi}{4}$ , som i Mohrs cirkel svarer til en rotation på  $\frac{\pi}{2}$ . I punkt B begynder spændingsviften, som består af uendelig mange spændingsdiskontinuiteter, som hver er roteret en uendelig lille vinkel  $d\theta$ . Ved en rotation på  $d\theta$  er afstanden mellem middelspændingerne  $2 c_u d\theta$ , som illustreret jvf. figur 5.3. Dette gælder pga. antagelsen om at  $d\theta$  er en uendelig lille vinkel, hvorved  $\sin d\theta = d\theta$ . Den totale spændingsændring af spændingsfanen kan bestemmes ved at integrere over hele dens udstrækning fra 0 til  $\frac{\pi}{2}$ . Derved er spændingstilstanden blevet transformeret fra punkt B til punkt C. Vinklen mellem spændingsdiskontinuiteten i punkt C og D er  $\frac{\pi}{4}$  jvf. figur 5.2 og derfor roteres spændingstilstanden  $\frac{\pi}{2}$  i Mohrs cirkel i figur 5.3. Derved bliver den samlede modstand lig den største hovedspænding i punkt D, som kan bestemmes til

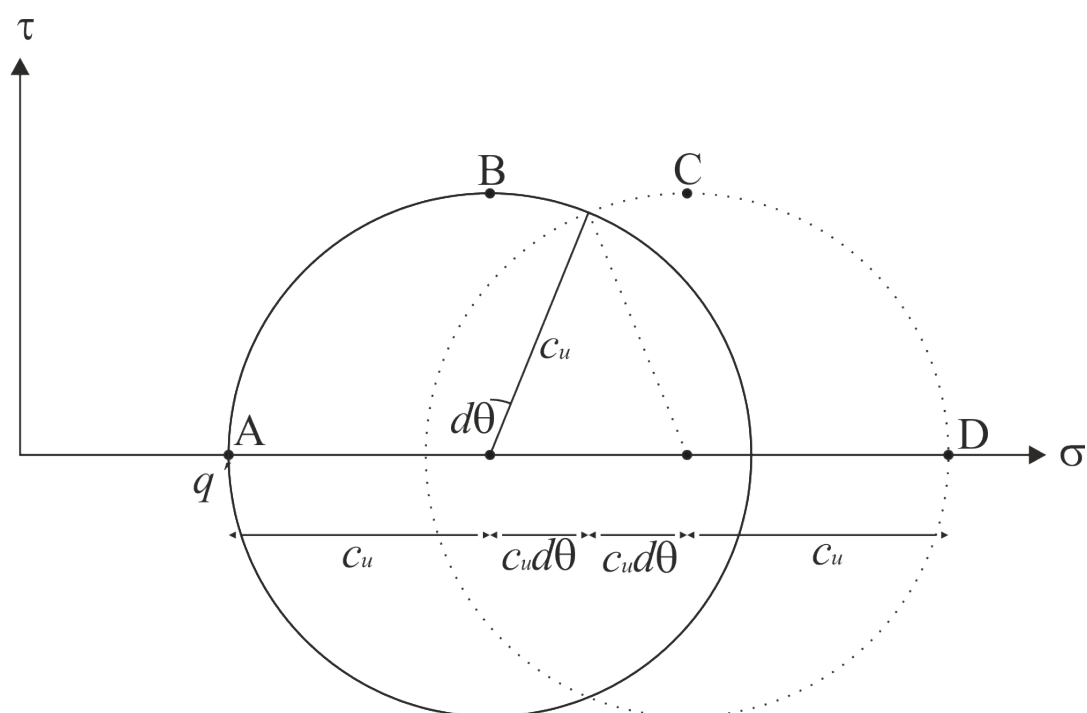
$$\frac{R_k}{A} = q' + c_c + \int_0^{\frac{\pi}{2}} 2 c_u d\theta + c_u = q' + (2 + \pi) c_u \quad (5.13)$$

Der er hermed fundet samme løsning for øvre- og nedreværdiløsningerne, hvorfor den fundne løsning er en eksakt løsning.

## 5.2 Bæreevnefaktorerne for det drænedede tilfælde

Både brudfiguren og spændingsfeltet ændrer sig med friktionsvinklen. Derfor bliver bæreevnefaktorerne ligeledes en funktion af friktionsvinklen. Disse kan ligeledes bestemmes ved at opstille øvre- og nedreværdiløsninger. Det skal hertil bemærkes, at det endnu ikke har været muligt at finde et plasticitetsteoretisk korrekt udtryk for  $N_\gamma$ . Eksempler på hvordan  $N_\gamma$  kan tilnærmes er givet i Azizi (1999), som også gennemgår flere øvre- og nedreværdiløsninger.



FIGUR 5.3: Løsning ud fra Mohrske cirkler i  $\sigma - \tau$  spændingsplan.

# Bibliografi

- Azizi, Fethi (1999). *Applied Analysis in Geotechnics*. ISBN 0-419-25340-8. Taylor og Francis.
- DGF's Laboratoriekomité (2001). *Laboratoriehåndbogen*. ISBN 87-89833-12-0. Danish Geotechnical Society.
- DS/EN 1997-1 DK NA: 2015 *Geoteknik - Del 1: Generelle regler* (2015). Standard. Dansk Standard.
- Ovesen, Niels Krebs, Leif D. Fuglsang og Gunnar Bagge (2007). *Lærebog i Geoteknik*. 1. udgave. ISBN10: 87-502-0961-2. Polyteknisk forlag.
- Terzaghi, Karl (1943). „Theoretical Soil Mechanics“. I: *British Welding Journal*.